I Compitino di Matematica per la Fisica

Silvia Penati, Carlo Oleari

18/4/2011

1. Calcolare modulo e argomento di

$$(1+i)^{1+i}$$

e rappresentarlo graficamente nel piano complesso

2. Individuare le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z^2}}}{(z-2)(z^4+3z^2)}$$

e calcolare i residui ai poli.

3. Dopo aver studiato i punti di diramazione della funzione

$$f(z) = \sqrt{z^2 - z - 6}\,,$$

si calcoli l'integrale

$$\oint dz\, \frac{\sqrt{z^2-z-6}}{z}$$

- nel caso in cui il ciclo di integrazione sia una circonferenza con centro nell'origine e raggio 1
- nel caso in cui il ciclo di integrazione sia una circonferenza con centro nell'origine e raggio 4

4. Calcolare

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, \frac{\cos(kx)}{x^2+x+3}\,, \qquad k \in \mathbb{R}$$

5. Data la funzione $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\tanh x}{x^a (x+2)^{\frac{a}{4}}}$$

si stabilisca per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$

a) $f \in L^1(0, +\infty)$ b) $f \in L^2(0, +\infty)$